



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MUREȘ



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”**Colegiul „Petru Maior” Reghin****EDIȚIA a II-a, 9.04.2022****Clasa a X-a****BAREM DE EVALUARE ȘI CORECTARE***Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***Problema 1:**

$$\text{a) } a + b = \log_8 \left(\left(\sqrt[3]{18} \right)^3 - \left(\sqrt[3]{10} \right)^3 \right) = \log_8 8 = 1; \quad 3\text{p}$$

$$\text{b) } ab = \left(\sqrt{ab} \right)^2 \leq \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}. \quad 4\text{p}$$

Problema 2:

$$\text{a) } i^3(1+i^2) + i^7(1+i^2) + \dots + i^{19}(1+i^2) = 0 \quad 3\text{p}$$

$$\text{b) } i^{3+5+\dots+21} = i^{\frac{10(2\cdot3+(10-1)\cdot2)}{2}} = i^{120} = 1 \quad 4\text{p}$$

Problema 3:

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 - (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{x-y} \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = \\ &= \frac{x+2\sqrt{xy}+y-(x-2\sqrt{xy}+y)}{x-y} \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = \end{aligned} \quad 2\text{p}$$

$$= \frac{4\sqrt{xy}}{x-y} \cdot \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = \quad 1\text{p}$$

$$= \frac{4}{x-y} \cdot \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{1} = \quad 2\text{p}$$

$$= \frac{4(x-y)}{x-y} = 4 \quad 1\text{p}$$

Problema 4:

$$\frac{8^x + 27^x}{18^x + 12^x} = \frac{7}{6} \Rightarrow 6(8^x + 27^x) = 7(18^x + 12^x)$$

$$\Rightarrow 6(2^{3x} + 3^{3x}) = 7 \cdot 6^x \cdot (3^x + 2^x)$$

$$\Rightarrow 6(3^x + 2^x)(3^{2x} - 3^x \cdot 2^x + 2^{2x}) = 7 \cdot 6^x \cdot (3^x + 2^x) \quad 2p$$

$$\Rightarrow 6(3^{2x} - 3^x \cdot 2^x + 2^{2x}) = 7 \cdot 6^x$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0. \quad 2p$$

Notăm $\cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x = y > 0$, deci ecuația devine $6y^2 - 13y + 6 = 0$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{2}{3} \text{ și } y_2 = \frac{3}{2}. \quad 1p$$

De unde: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -1$ și $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1$

$$S = \{-1; 1\} \quad 2p$$